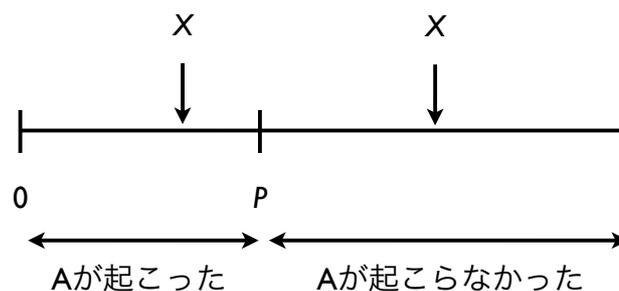


# モンテカルロ法

- 乱数を用いてシミュレーションや数値計算を行う手法の総称
- 物理学や生物学などのシミュレーションに良く用いられる
- 具体例：コイン投げ、ランダムウォーク（乱歩）、など、確率論的な事象の変化をアルゴリズムとして記述して実行する

## 確率的な事象のプログラム実装

- 確率  $P$  で起こる事象  $A$  をプログラムとして実装 ( $0 \leq P \leq 1$ )
- $[0, 1)$  の疑似一様乱数  $X$  を生成
- $X < P$  なら、事象  $A$  が起こったと見なす。そうでなければ起こらなかったと見なす



$X$  は区間  $[0, 1)$  で一様

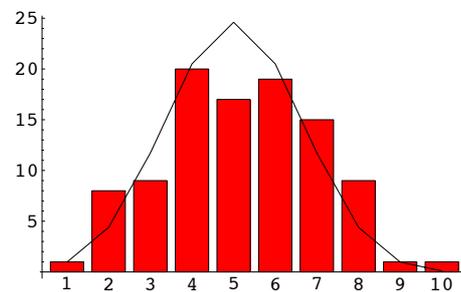
# コイン投げ

- 正しく造られたコインは裏表がでる確率は  $P = 1/2$  である。
- $n$  回コインを投げたとき、 $i$  回表がでる確率 ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) は、二項分布で与えられる

$$P_n(i) = {}_n C_i \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

具体例： $P = 1/2, n = 10$  を 100 回繰り返したとき、表が出た回数

{7, 7, 9, 8, 4, 7, 8, 3, 7, 3, 1, 4, 2, 4, 5, 5,  
6, 3, 8, 7, 5, 2, 6, 4, 4, 6, 3, 3, 5, 6, 2, 5, 8,  
2, 6, 2, 6, 4, 6, 7, 10, 4, 5, 8, 5, 4, 4, 5, 4,  
5, 3, 3, 8, 5, 5, 6, 5, 5, 4, 6, 6, 4, 2, 7, 2, 6,  
6, 6, 4, 7, 5, 6, 3, 6, 7, 3, 6, 6, 8, 5, 6, 4, 7,  
4, 2, 4, 5, 8, 7, 4, 4, 5, 7, 4, 4, 7, 7, 8, 6, 7}



## 問題 I

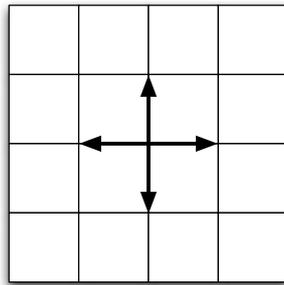
- コインを  $n$  回投げる試行（ベルヌーイ試行）を  $k$  回繰り返す。各試行で表が出た回数を  $i$  とする。  $i$  をファイルに書き出せ。
- 試行数  $k$  を十分大きくとったとき、  $i$  の分布図を描け。また理論分布と比較せよ。  $n$  の値は適当でよい。

I 回の試行で表が出た回数を戻り値として返す関数を定義

```
int binomial(int num, double prob)
{
    .....
    return count;
}
```

# 格子上のランダムウォーク

- 2次元格子空間を考える。各個体は格子存在し、単位時間内に隣接する4つの格子のいずれかへ等しい確率  $1/4$  で移動する。
- 初期分布として原点に  $N$  個体存在する状態を考える。時刻  $t$  での個体の空間分布はどのようなものか？
- また、時刻  $t$  と原点から最も離れた個体の距離との関係は？



# 格子上のランダムウォーク

- $N$  個体の位置を 2次元配列で表現するランダムウォークに取り組む
- 初期状態として全ての個体は原点に位置するとする
- 以下を繰り返す（時刻のループ）
  - 次のアルゴリズムに従って、 $N$  個体の座標を変化させる

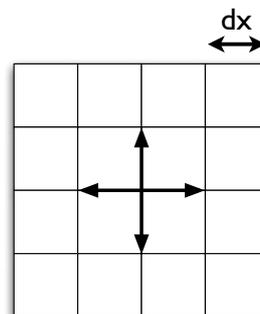
各個体の  $x, y$  座標は

確率  $1/4$  で  $x += dx$

確率  $1/4$  で  $x -= dx$

確率  $1/4$  で  $y += dx$

確率  $1/4$  で  $y -= dx$



# プログラム骨格

```
#define N 100

double x[N], y[N] // 個体の座標

initialize();

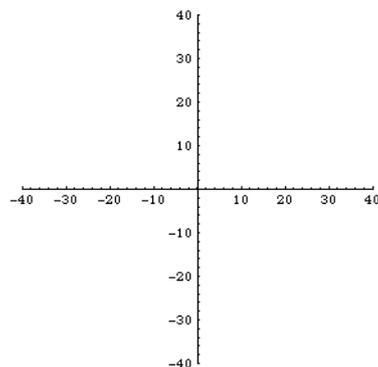
for(step=0; step<STEP; step++){
    move_indivs();// 個体を移動させる関数
    write_data();// 個体の位置をファイルに書き出す
}

void move_indivs()
{
    ....
}
```

# 2次元格子上の乱歩

```
data = ReadList[ "data", Real, RecordLists -> True ];
data2 = Map[ Partition[#, 2] &, data];
Length[data2]
{ Max[data2], Min[data2] }

Do[
    ListPlot[ data2[[i]], PlotRange -> {{-40, 40}, {-40, 40}}, AspectRatio -> 1 ], {i, 1, Length[data2]}
]
```



## 問題3

- 個体の位置は格子上ではなく、連続空間上にあるとする ( $x, y$  座標が実数)
- 単位時間後の個体の移動に関して **適当なルール** を設定し、 $N$  個体の移動分散の様子を調べよ。ルールとしては例えば下記が考えられる
  - ルール 1: 一定の距離  $L$  だけ移動するが、方角は任意の方向に等しい確率で移動
  - ルール 2: 移動距離は一定  $L$  だが、方向は  $N$  個体の重心へ向かう
  - ルール 3: 周囲の個体の数を数えて、混み合ってくると長移動距離  $L'$  を行う



自分で設定したルールの下で、空間分布の時間変化および時刻  $t$  と原点から最も離れた個体の距離との関係を調べよ