

# 化学生命環境学入門

奈良女子大学・理学部・化学生命環境学科

環境科学コース

高須夫悟 たかすふうご

2015年7月28日（火）

数理的手法を用いた生物集団の記述についての概説

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 生き物とは？

生物（生命）＝繁殖を繰り返すもの

微生物、植物、動物（人間を含む）など

様々な種類の生物が地球上に存在

- 分裂による繁殖（無性生殖）
- 配偶子の結合による繁殖（有性生殖）

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 生き物たちの数の変動

繁殖によって子孫を残し、いずれは死亡する

数の変化 = 出生による増加 - 死亡による減少

出生と死亡がどの様に起こるのか、が分かれば、  
数の変化を理解できるか？

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 数の変動 = ダイナミクス

時間とともに変化する様をダイナミクス  
Dynamics とよぶ

- リンゴが木から落ちる（物理の力学）
- 惑星の公転運動（天文の力学）
- 株価が変動する（経済活動の力学）
- 生物個体数が変動する（個体群動態）

本講義では、生物の数（個体数）の  
ダイナミクスに注目する

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 個体数ダイナミクスの例 1

## ゾウリムシの個体数ダイナミクス

*Paramecium aurelia*

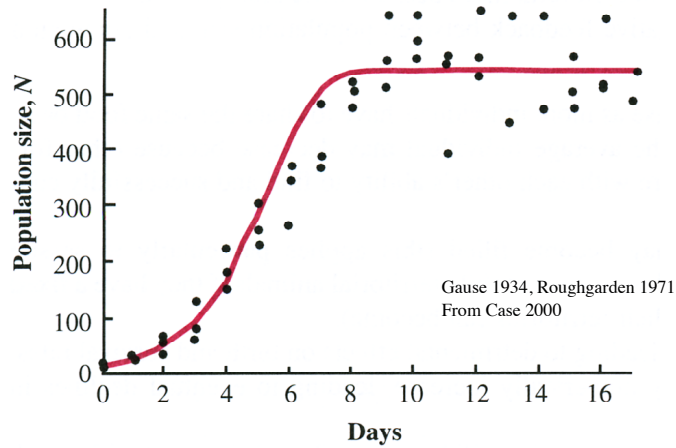
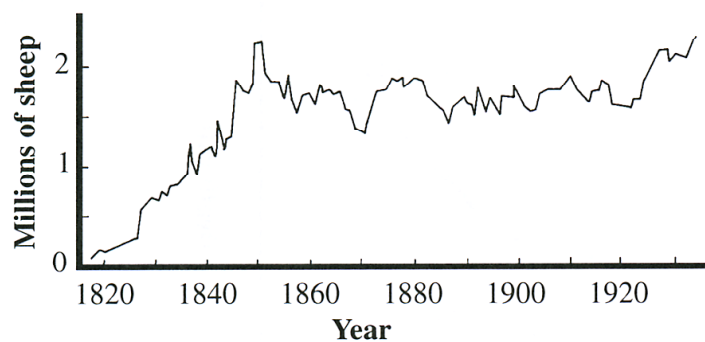


Image from <http://mtlab.biol.tsukuba.ac.jp/www/PDB/Images/Ciliophora/Paramecium/aurelia/>

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 個体数ダイナミクスの例 2

## タスマニア島に導入されたヒツジの個体数ダイナミクス



Davidson 1938  
From Case 2000

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

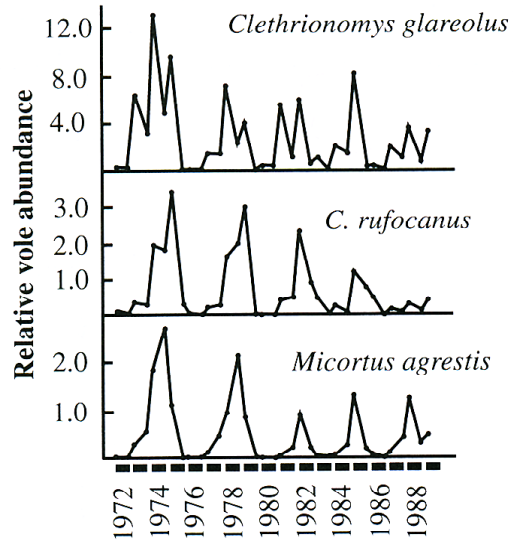
# 個体数ダイナミクスの例 3

## 齧歯類の個体数ダイナミクス



[http://www.natuurbeleving.be/zoogdieren/Rosgrijze\\_Woelmuis\\_Clethrionomys-rufocanus.html](http://www.natuurbeleving.be/zoogdieren/Rosgrijze_Woelmuis_Clethrionomys-rufocanus.html)

### Voles in Sweden



Year

Hornfeldt 1994  
From Case 2000  
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

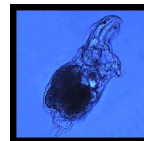
# 個体数ダイナミクスの例 4

## 水中微生物の個体数ダイナミクス



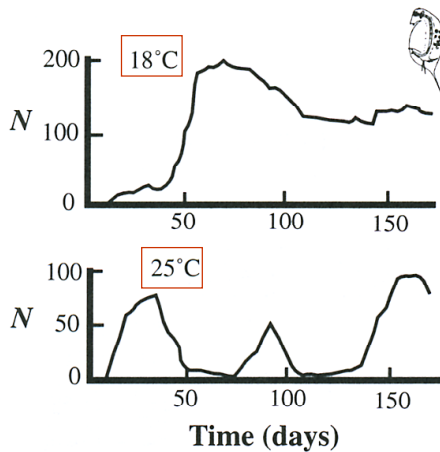
ミジンコ

Image from <http://hp.brs.nihon-u.ac.jp/~ocean/kenkyu/hormone.html>

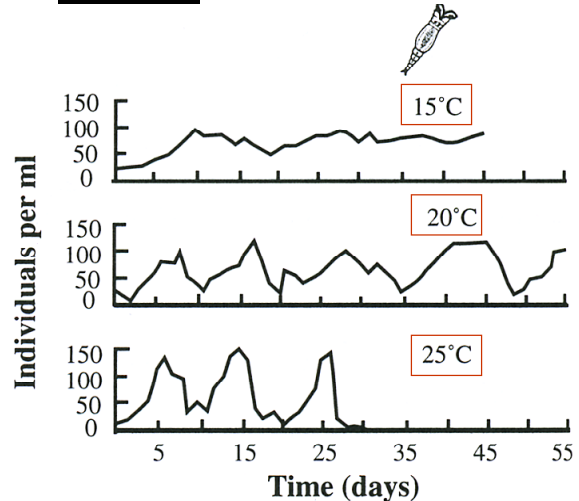


クルマムシ

Image from <http://dmc.utep.edu/rotifer/html/nsp1.html>



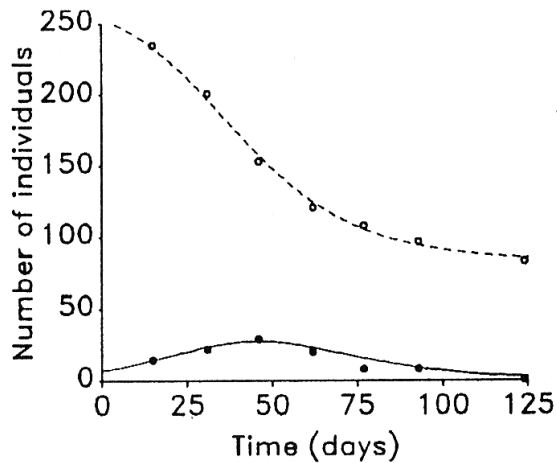
Pratt 1943  
From Case 2000



Halbach 1979  
From Case 2000

# 個体数ダイナミクスの例5

## 黒死病（ペスト）感染者数のダイナミクス



17世紀のイギリスのある村の記録

380人の村人の内、生き残った者は83人

白丸：未感染者数実測

黒丸：感染者数実測

Raggett 1982, Brown and Rothery 1993

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 個体数ダイナミクスの例6

## 麻疹（はしか）の感染者数ダイナミクス

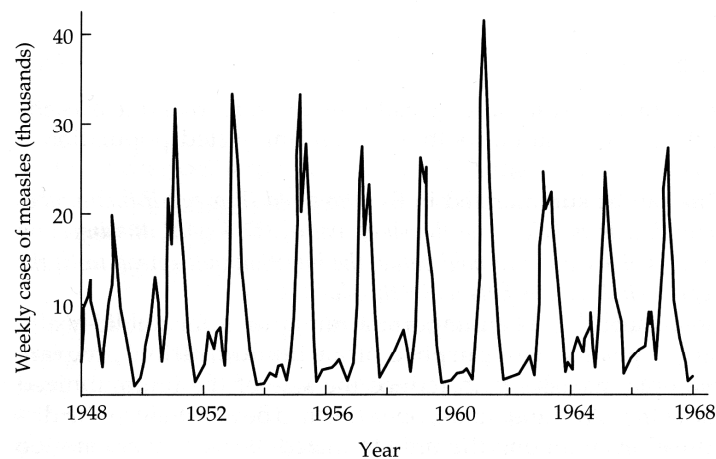


Figure 3.9. Weekly cases of measles in England and Wales, 1948–1968 prior to the introduction of mass vaccination. From Anderson and May, 1991.

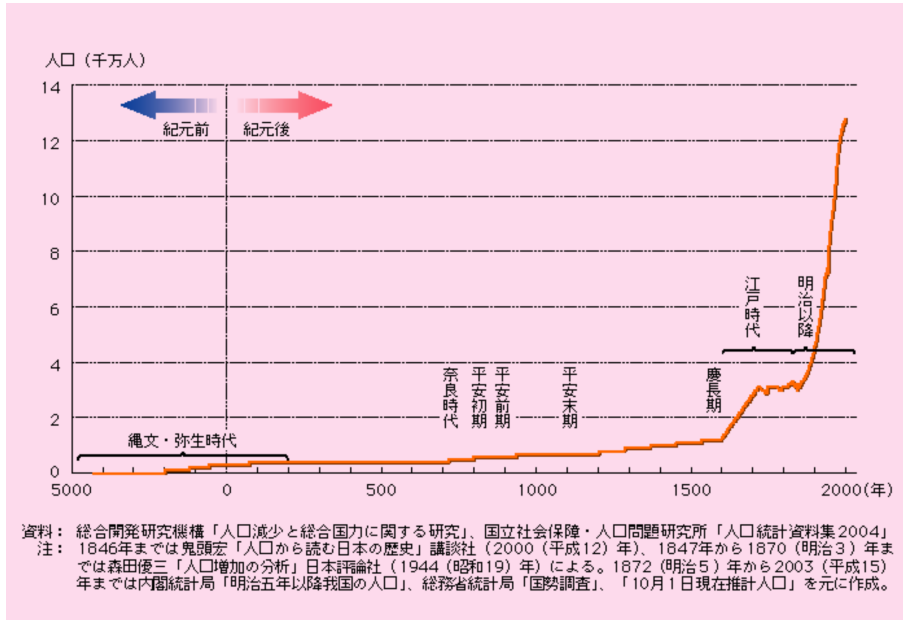
Bulmer 1994

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 個体数ダイナミクスの例7

## 日本の人口ダイナミクス

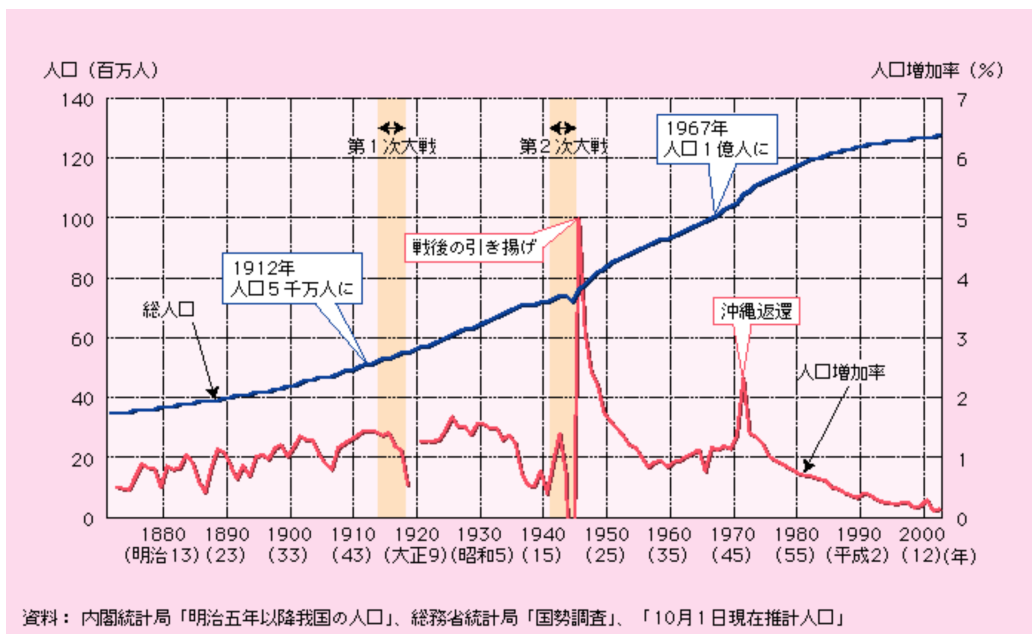
平成16年版 内閣府 少子化社会白書より



<http://www8.cao.go.jp/shoushi/whitepaper/w-2004/html-h/html/g1110030.html>

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

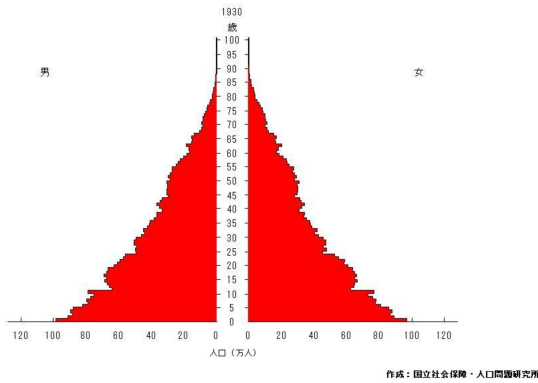
# 明治以降の日本人口の推移



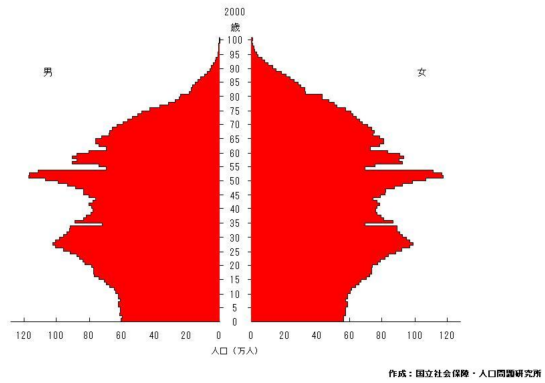
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 人口構成の変化

1930年



2000年



少子高齢化！

国立社会保障・人口問題研究所 より  
<http://www.ipss.go.jp/>

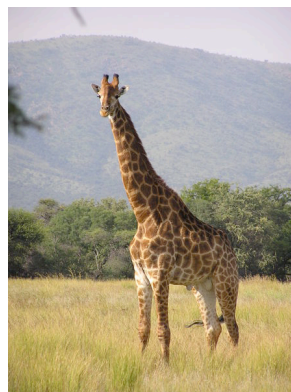
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# パターン形成のモデル

動物の表皮パターン



<http://www.asazoo.jp/doubutu/zoostar/simauma/simauma.html>



<http://ja.wikipedia.org/wiki/キリン>



[http://www.bio.nagoya-u.ac.jp/~z3/research/research\\_j.htm](http://www.bio.nagoya-u.ac.jp/~z3/research/research_j.htm)

表皮模様（パターン）は発生段階の様々な機構により  
生じると考えられる

多数の物質と複雑な代謝機構が関係しないと生じない現象なのか？

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 化学反応におけるパターン形成

## 化学反応における振動現象

### Belousov-Zhabotinskii Reaction (BZ)

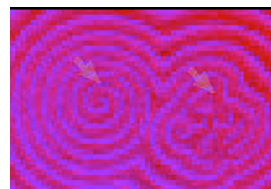
マロン酸の酸化反応  $\text{HBrO}_2, \text{Br}^-, \text{Ce}^{4+}, \text{BrO}_3^-, \text{HOBr}$

各物質濃度が周期的な変動を示す現象

[http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat\\_Fak\\_IV/Organische\\_Chemie/Didaktik/Keusch/D-oscill-e.htm](http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_IV/Organische_Chemie/Didaktik/Keusch/D-oscill-e.htm)

### BZ reaction in two-dimensional medium

2次元媒体上でリング・ラセン状パターンを示す



<http://people.musc.edu/~aliev/BZ/BZexplain.html>

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 数理的手法

自然科学では、物理学におけるニュートンの運動方程式など、注目する現象を「数式」で表現して解析することが多い

- 生物の個体数ダイナミクスをより良く理解したい
- 数理的手法を用いた解析 - 数理生物学 -
  - 最適な生物資源利用への提言
  - 病虫害・感染症対策などへの助言
  - 希少動植物の保全の為の提言
  - 少子高齢化対策の指針、等々

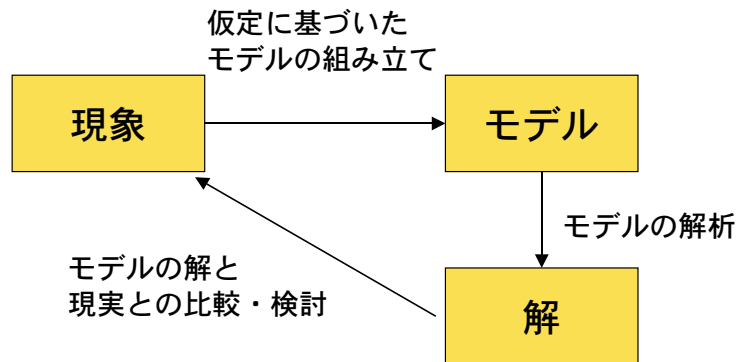
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当



# 数理的なものの考え方

注目する現象を数式として記述したものを**数理モデル**という

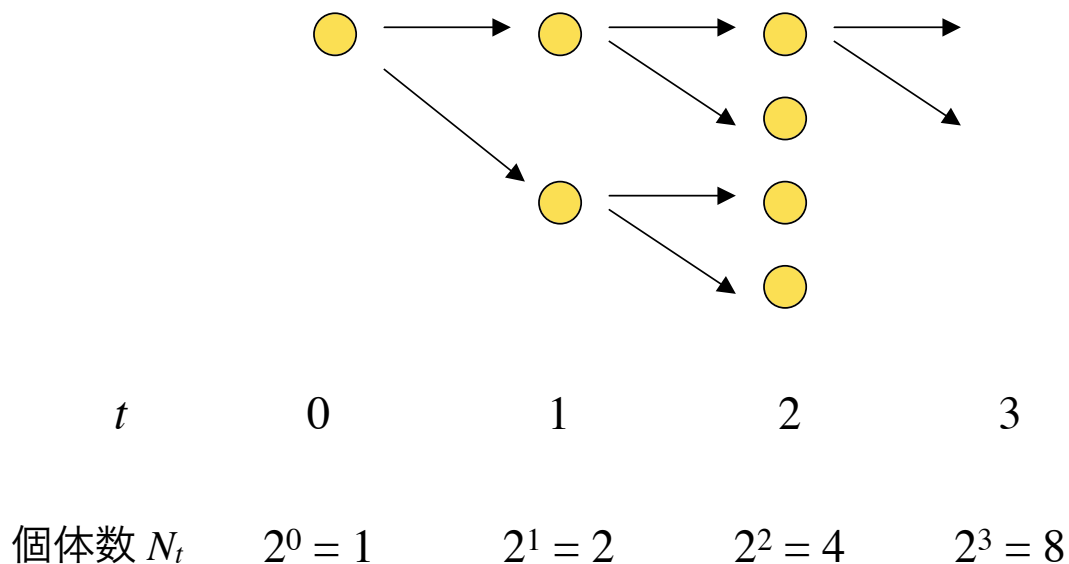
数理モデルを通して現象をより良く理解する立場



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 仮想的な生き物のダイナミクス

各個体が一定の時間間隔で 2 個体に分裂する生き物を考える



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 離散時間のダイナミクス 1

時刻  $t$  における個体数  $N_t$  に関する差分式（漸化式）を得る

$$N_{t+1} = 2N_t$$

$$N_1 = 2N_0$$

$$N_2 = 2N_1 = 2 \times 2N_0 = 2^2 N_0$$

$$N_3 = 2N_2 = 2 \times 2 \times 2N_0 = 2^3 N_0$$

⋮

$$N_t = 2N_{t-1} = 2^t N_0$$

$N_0$  を決めると全ての時刻の  $N_t$  が決まる

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 1 種系離散ダイナミクスのモデル

一般に、単位時間内に各個体が  $r$  倍に増殖する場合

$$N_{t+1} = rN_t$$

この差分式の解は

$$N_t = r^t N_0$$

$r > 1$  の時、指数的に増加、最終的には発散

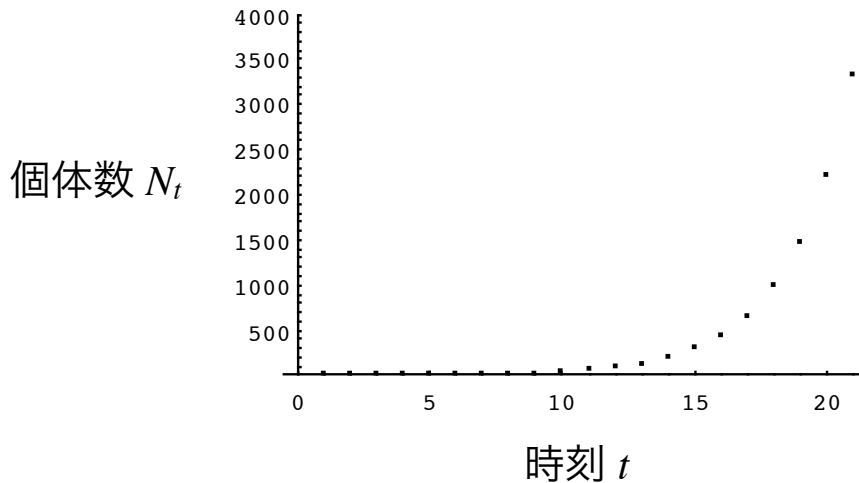
$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_t = \infty$$

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 指数増加の数値例

$$N_t = r^t N_0 \quad N_0 = 1, r = 1.5 \text{ の場合の数値解}$$

{1, 1.5, 2.25, 3.375, 5.0625, 7.59375, 11.3906, 17.0859, 25.6289, 38.4434, 57.665, 86.4976, 129.746, 194.62, 291.929, 437.894, 656.841, 985.261, 1477.89, 2216.84, 3325.26}

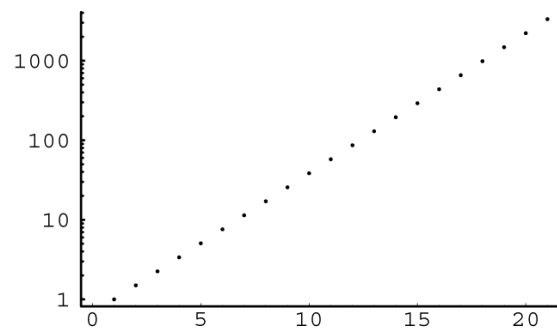
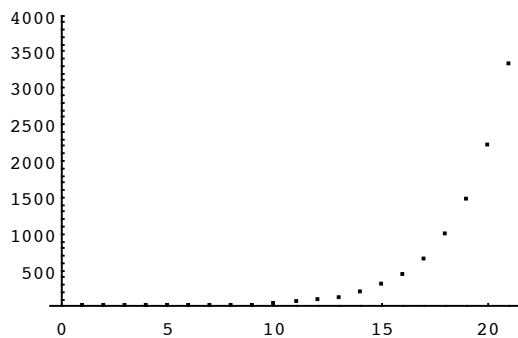


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 指数増加の対数表示

$y = 10^x$  となる  $x$  を  $y$  の (常用) 対数とよぶ

$$x = \log_{10} y \quad 10^2 = 100 \Leftrightarrow 2 = \log_{10} 100$$



$y = e^x$  となる  $x$  を  $y$  の (自然) 対数とよぶ

$$e = 2.71828\dots$$

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 指数増加の対数表示 2

$$N_t = r^t N_0 \quad \text{両辺の対数 } \log \text{ をとる}$$

積の対数は対数の和であることを用いて

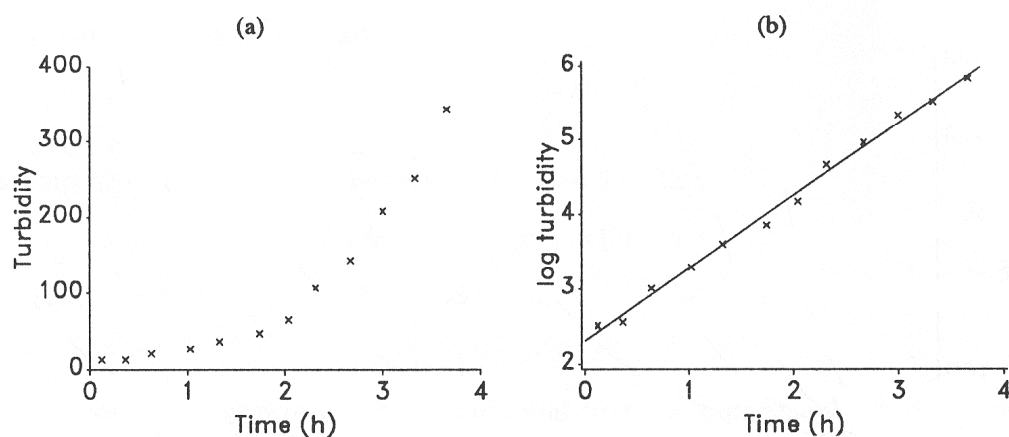
$$\begin{aligned} \log N_t &= \log r^t N_0 = \log r^t + \log N_0 \\ &= \log N_0 + t \log r \end{aligned}$$

$N_t$  が指数増加する時、 $\log N_t$  は時刻  $t$  に比例して増加

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 指数増加の例

大腸菌の増殖



**Figure 1.3** Exponential growth in the bacterium *E. coli*. (a) Increase in turbidity; (b) increase in log turbidity showing fitted straight line of exponential growth with rate constant  $r = 0.84 \text{ h}^{-1}$ . A turbidity of 100 units corresponds to approximately  $10^8$  cells/ml.

Brown and Rothery 1993

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 離散時間のダイナミクス2

年間増加率  $r$  が定数

$$N_{t+1} = rN_t \quad N_t = r^t N_0$$

$r > 1$  のとき指数増加 (無限大に発散)

$r < 1$  のとき指数減少 (ゼロへ収束)

現実問題として、個体数が無限大になることは不可能

- 生息場所や餌の不足、環境の悪化等により、出生率の低下や死亡率の増加が見込まれる

年間増加率  $r$  が個体数に依存して変化したら、  
個体数ダイナミクスはどうなるのか？

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## モデルの拡張

- 指数増加モデル
- 個体数が無限大に増えるのは現実世界ではあり得ない
  - 生息場所や餌の不足、環境の悪化など

より現実に近い個体数の時間変化を表すモデル

## ロジスティックモデル

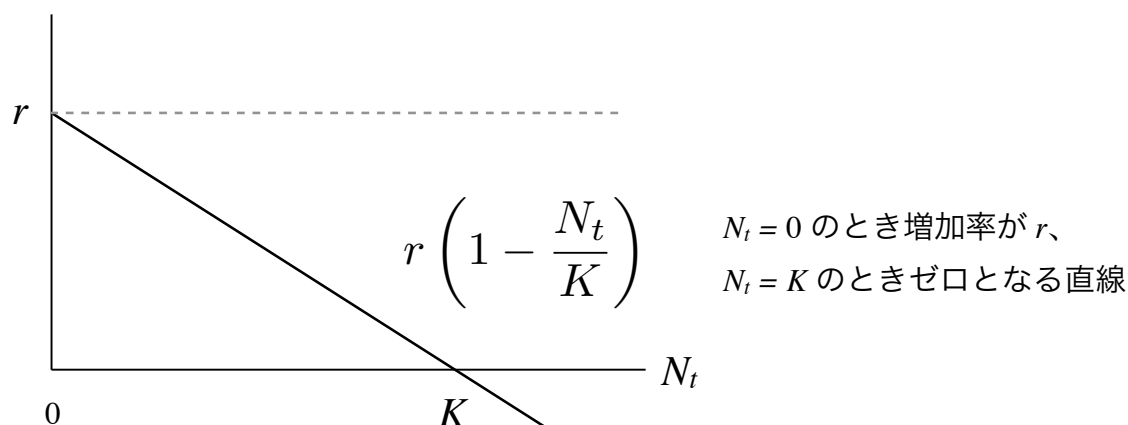
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# ロジスティックモデル

年間増加率  $r$  が、個体数  $N_t$  の増加につれ減少する場合を考える

$$N_{t+1} = \underline{r} N_t$$

$$N_{t+1} = \underline{r \left(1 - \frac{N_t}{K}\right)} N_t$$



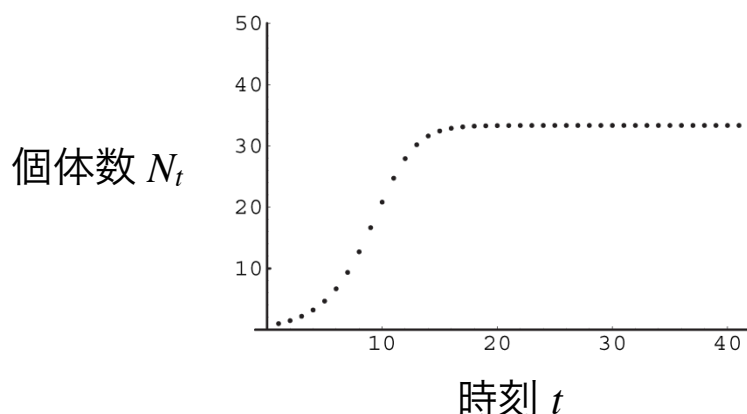
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 離散時間のロジスティックモデル

$$N_{t+1} = r \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) N_t$$

$N_0 = 1, K = 100, r = 1.5$  の数値解

{1, 1.485, 2.19442, 3.2194, 4.67363, 6.68281, 9.35431, 12.7189, 16.6518, 20.8185, 24.7266, 27.9188, 30.1863, 31.6113, 32.4278, 32.8683, 33.0976, 33.2146, 33.2738, 33.3035, 33.3184, 33.3259, 33.3296, 33.3315, 33.3324, 33.3329, 33.3331, 33.3332, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333, 33.3333}



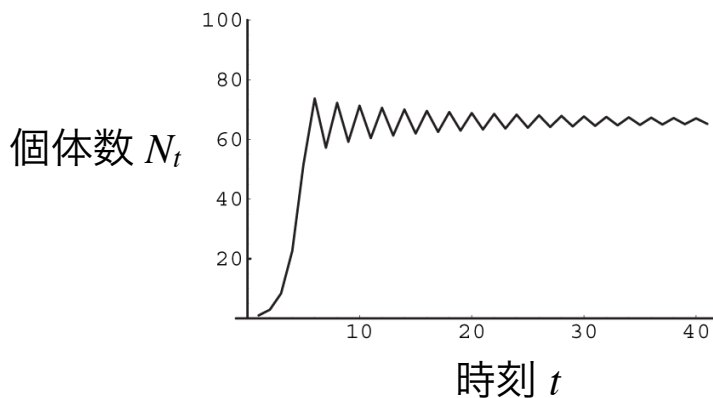
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当



## 数値解 3

$$N_{t+1} = r \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) N_t \quad N_0 = 1, K = 100, r = 2.95 \text{ の数値解}$$

{1, 2.9205, 8.36386, 22.6097, 51.6183, 73.6727, 57.2182, 72.213, 59.1942, 71.2562,  
60.4211, 70.5463, 61.2965, 69.9855, 61.9671, 69.5252, 62.5036, 69.138, 62.9453, 68.8064,  
63.3164, 68.5189, 63.633, 68.2671, 63.9062, 68.0452, 64.1439, 67.8485, 64.3522, 67.6734,  
64.5357, 67.5171, 64.698, 67.3771, 64.8421, 67.2515, 64.9704, 67.1387, 65.0848, 67.0372,  
65.1871}

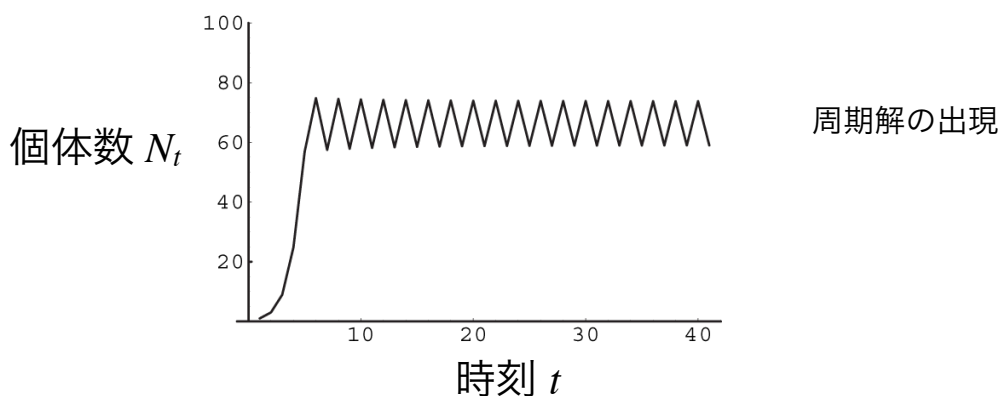


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 数値解 4

$$N_{t+1} = r \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) N_t \quad N_0 = 1, K = 100, r = 3.05 \text{ の数値解}$$

{1, 3.0195, 8.93139, 24.8078, 56.8932, 74.8007, 57.4902, 74.5389, 57.8842, 74.3541,  
58.1598, 74.2192, 58.3596, 74.1186, 58.508, 74.0422, 58.6201, 73.9837, 58.7059, 73.9383,  
58.7722, 73.903, 58.8237, 73.8753, 58.8641, 73.8536, 58.8957, 73.8364, 58.9207, 73.8229,  
58.9404, 73.8121, 58.956, 73.8036, 58.9683, 73.7969, 58.9781, 73.7915, 58.9859, 73.7872,  
58.9921}



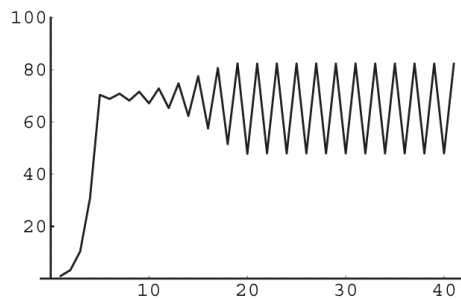
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当



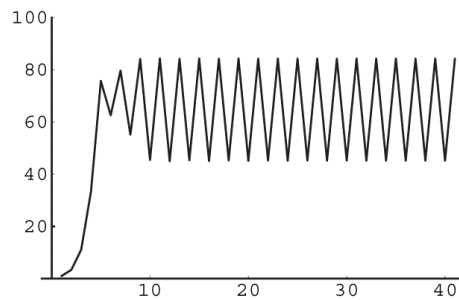
# 数値解 5

$N_0 = 1, K = 100$

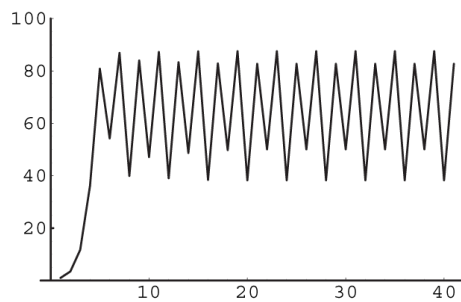
$r = 3.3$



$r = 3.4$



$r = 3.5$



周期 4 の解

{1, 3.465, 11.7073, 36.1784, 80.8137, ..., 38.282, 82.6941, 50.0884, 87.4997, 38.282, 82.6941, 50.0884, 87.4997, 38.282, 82.6941, 50.0884, 87.4997, 38.282, 82.6941}

## 離散ロジスティックモデルの振る舞い

$$N_{t+1} = \underline{r} \left( 1 - \frac{N_t}{K} \right) N_t$$

$r$  の値によって様々な挙動を示す

$0 < r < 1$	単調にゼロに収束
$1 < r < 2$	単調に非自明な平衡点へ収束
$2 < r < 3$	減衰振動しながら非自明な平衡点へ収束
$3 < r < 3.45$	周期 2 の周期解
$3.45 < r < 3.57$	周期 4, 8, 16, ... の周期解
$3.57 < r$	あらゆる周期を含む非周期解、カオス

# 決定論的モデル

差分式で記述されるロジスティックモデルは、  
初期値  $N_0$  を決めると将来が一意に決まる決定論的モデル

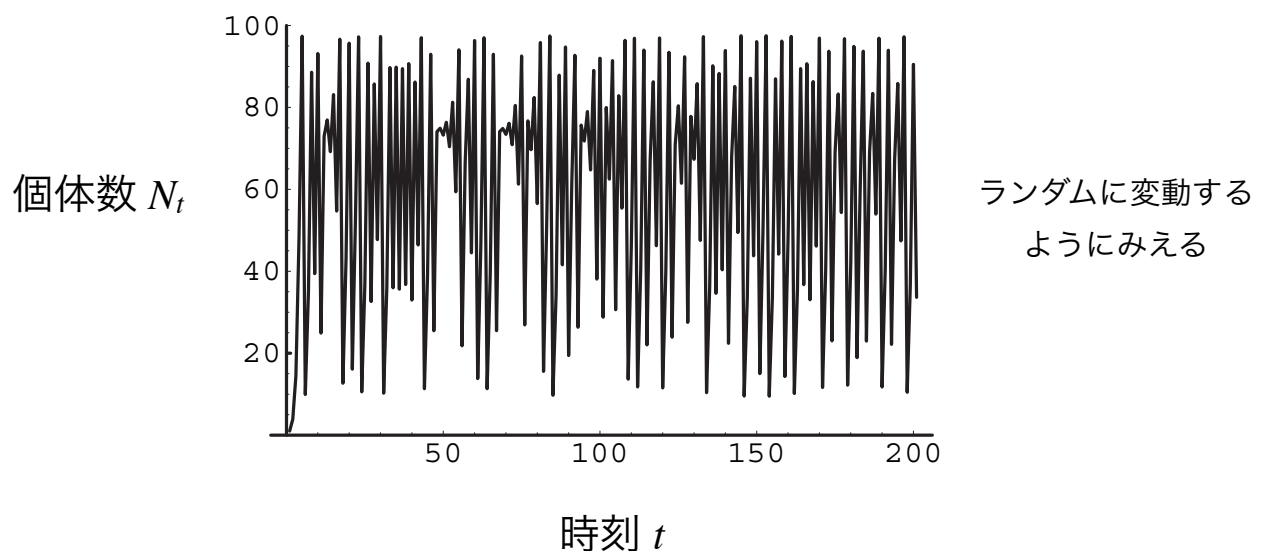
$$N_{t+1} = r \left( 1 - \frac{N_t}{K} \right) N_t$$

カオスが起こるパラメータ領域では、  
初期値のごく僅かな違いが大きく異なる結果をもたらす

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# カオス

$$N_{t+1} = r \left( 1 - \frac{N_t}{K} \right) N_t \quad N_0 = 1, K = 100, r = 3.9 \text{ の数値解}$$



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 離散時間のモデル

一般に、1種系の離散時間の個体群ダイナミクスは差分式

$$N_{t+1} = f(N_t)N_t$$

で与えられる

1 個体あたりの増加率  $f$  を決めることで、 $N$  の振る舞いが決まる

1. モデル（差分式）の決定
2. モデルの解析
3. モデルの振る舞いと現実系の比較

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

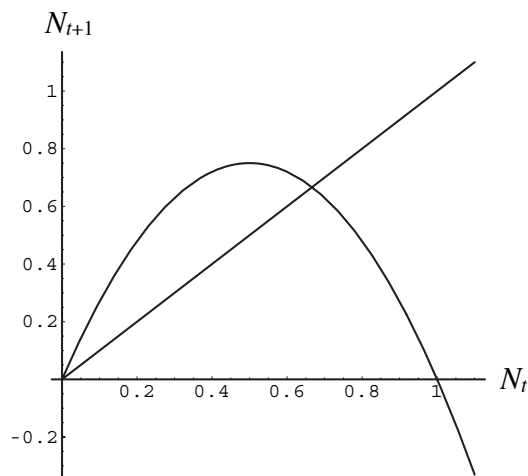
# 差分式の視覚的解法

$$N_{t+1} = f(N_t)N_t$$

1. 横軸に  $N_t$ 、縦軸に  $N_{t+1} = f(N_t)N_t$  のグラフを描く
2. 傾き 1 の直線  $N_{t+1} = N_t$  を描く

$$f(N_t) = r(1 - N_t/K)$$

$$r = 3, K = 1$$

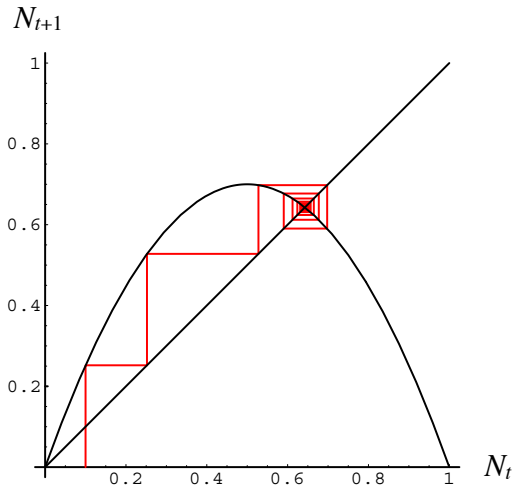


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

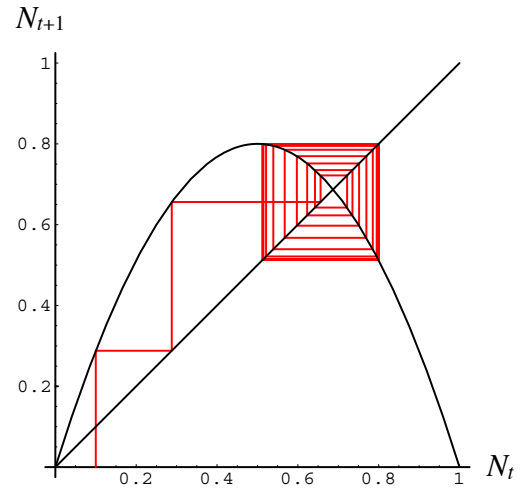
# Cob webbing の方法

$$N_{t+1} = r(1 - N_t/K)N_t$$

$$r = 2.8, K = 1$$



$$r = 3.2, K = 1$$



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 1 種系の個体群動態モデル

- 単一の生物種だけに注目した 1 種系のモデル

$$N_{t+1} = f(N_t)N_t$$

- 生物種は互いに、食う・食われるなどの関係で結びついている - 多種系のモデル -

種1 と 種2 の集団サイズ  $N_1, N_2$  の連立ダイナミクス

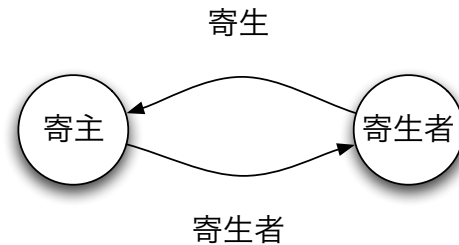
$$N_1(t+1) = f_1(N_1(t), N_2(t))N_1(t)$$

$$N_2(t+1) = f_2(N_1(t), N_2(t))N_2(t)$$

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 寄生系のダイナミクス

## 寄生者と寄主（宿主）のダイナミクス



- 寄生者は寄主に寄生して繁殖
- 昆虫の寄生バチ・寄生バエなど、宿主を食い尽くして発育するものが多い（捕食寄生）

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 寄生系の例

### アズキゾウムシとコマユバチ



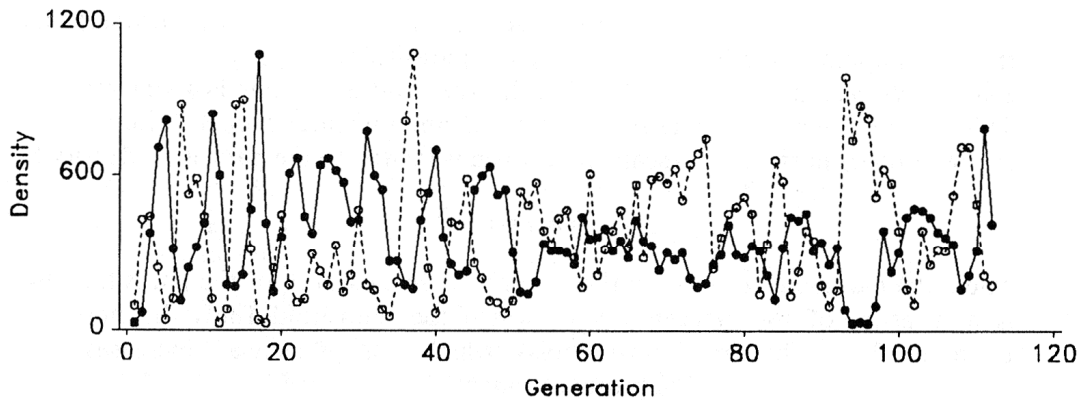
<http://www.nfri.affrc.go.jp/contents/database/chozougaiyu/zukan/11.html>



<http://www.museum.kyushu-u.ac.jp/INSECT/07/07-1.html>

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# アズキゾウムシとコマユバチの 個体群動態



**Figure 10.12** Changes in densities of the parasitoid braconid wasp (solid line) and its host the azuki bean weevil (broken line) in an experimental population (after Utida, 1957).

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

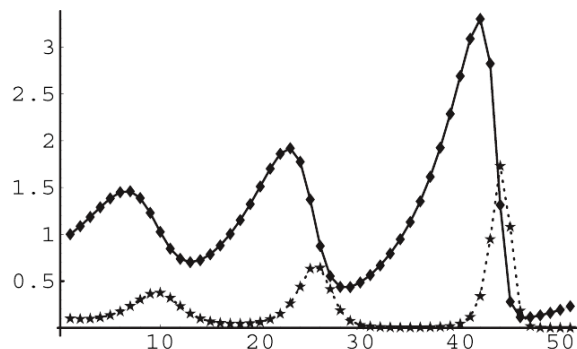
## Nicholson-Bailey モデル

$$N_{t+1} = R e^{-aP_t} N_t$$

2変数差分式

初期値  $N_0, P_0$  を与えると解が決まる

$$P_{t+1} = c (1 - e^{-aP_t}) N_t$$



寄主のランダム探索では  
発散する振動解

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 寄生系のモデル

寄主数  $N_t$  と寄生者数  $P_t$  のダイナミクス

$$N_{t+1} = \underline{RF(N_t, P_t)} N_t$$

$R$ : 寄生を免れた時の寄主の子孫の数

$F$ : 寄主が寄生を免れる確率

$$P_{t+1} = c(1 - F(N_t, P_t)) N_t$$

$c$ : 寄生された寄主から発生する寄生者の子孫の数

寄生者がランダムに寄主を探索する場合

$$F(N_t, P_t) = \exp[-aP_t]$$

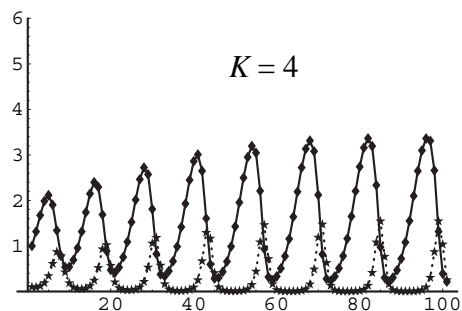
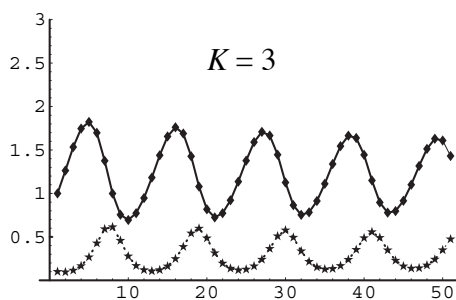
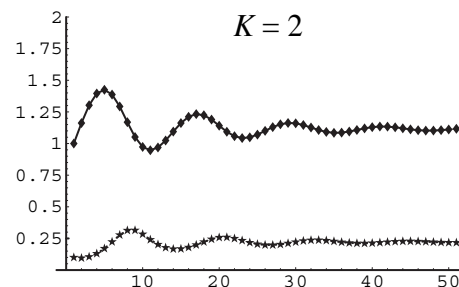
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## Nicholson-Bailey モデル + 密度依存

$$c = 1, r = 0.5, a = 1$$

$$N_{t+1} = \underline{e^{r(1-N_t/K)}} e^{-aP_t} N_t$$

$$P_{t+1} = c(1 - e^{-aP_t}) N_t$$



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 寄生者と寄主の個体ベースモデル

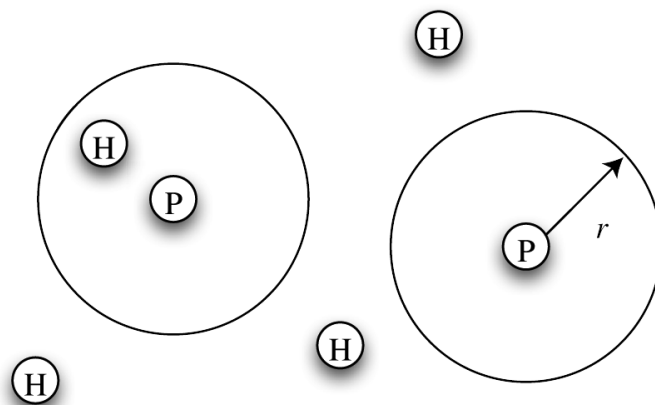
計算機内で一定のアルゴリズムに従って各個体を繁殖・死亡（移動・相互作用）させるモデルを個体ベースモデルとよぶ

## 個体ベースのアルゴリズム例

1. 2次元空間に、寄生者と寄主をランダムに配置
2. 寄生者の半径  $r$  内（探索半径）に位置する寄主は寄生される
3. 寄生された寄主からは寄生者が1匹出現
4. 寄生を免れた寄主は  $b$  匹の子孫を残す
5. 親は全て死亡、子孫は寄生者・寄主ともにランダムに配置
6. 2-5 を繰り返す

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## アルゴリズム例



$r$  は寄生者の探索半径

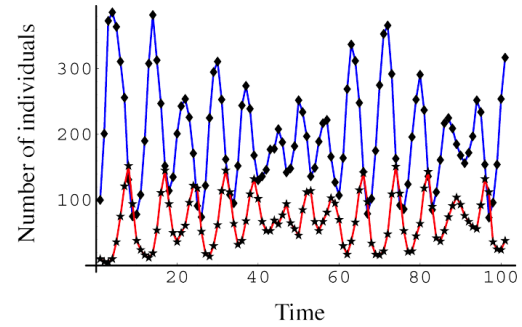
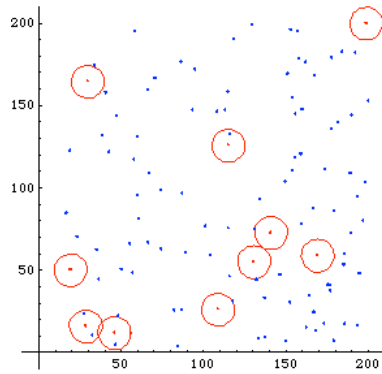
$b$  はホストの数に密度依存

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当



# IBM シミュレーション例

赤：寄生者  
青：寄主

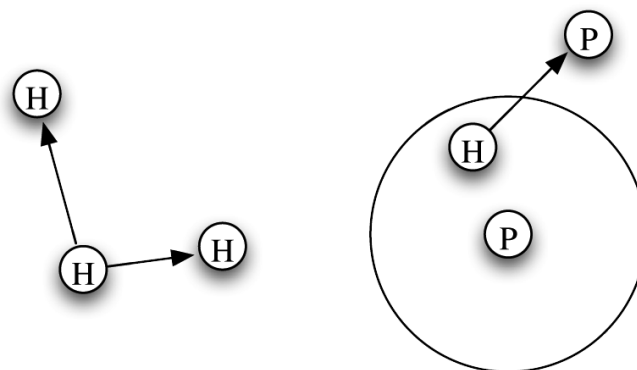


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 寄生者の非ランダム探索

寄生者・寄主ともに子孫は親の近隣に配置

親個体の場所から距離  $L$  だけ飛翔

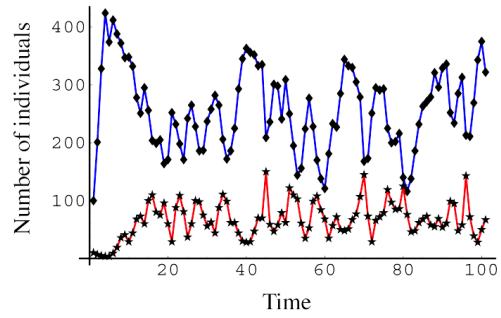
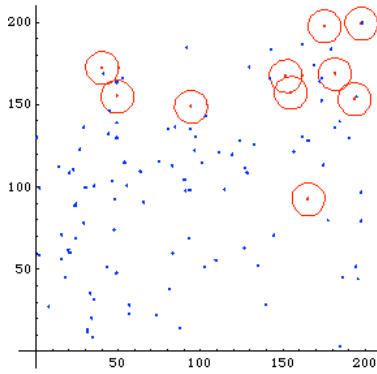


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 非ランダム探索シミュレーション

寄主の平均移動距離 :  $L_H = 10$

寄生者の平均移動距離 :  $L_P = 10$



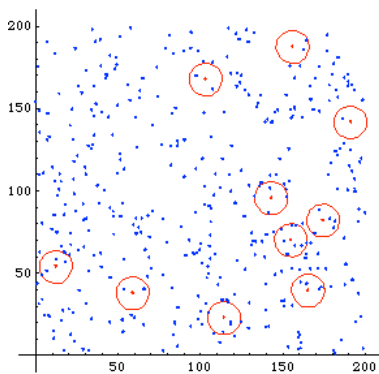
個体群動態が安定化

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 非ランダム探索 2

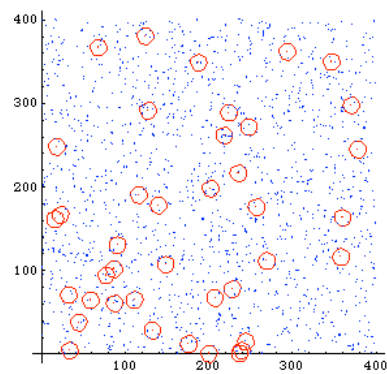
寄主の平均移動距離 :  $L_H = 5$

寄生者の平均移動距離 :  $L_P = 5$



寄主の平均移動距離 :  $L_H = 10$

寄生者の平均移動距離 :  $L_P = 1$

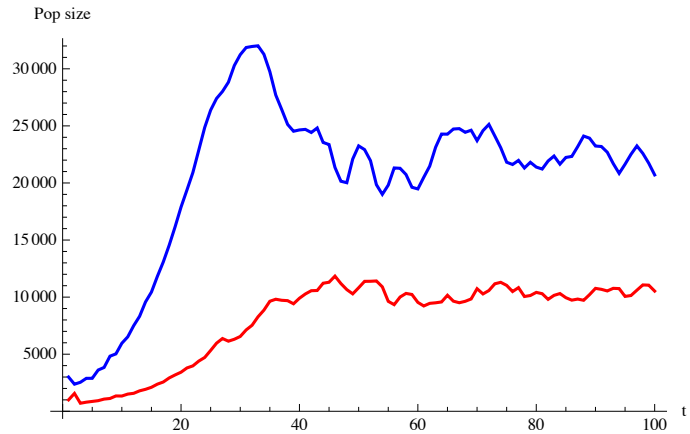
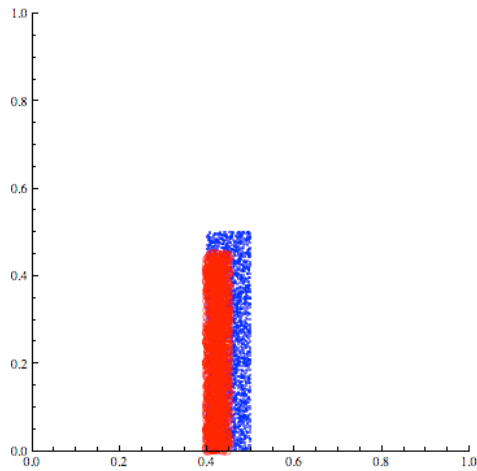


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 寄生者と宿主の個体ベースモデル

赤：パラサイト

青：宿主



パラサイトの探索円内のホストは寄生される  
寄生を免れたホストは一定数の子供を産む  
ホストとパラサイト子供は親から分散

53

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

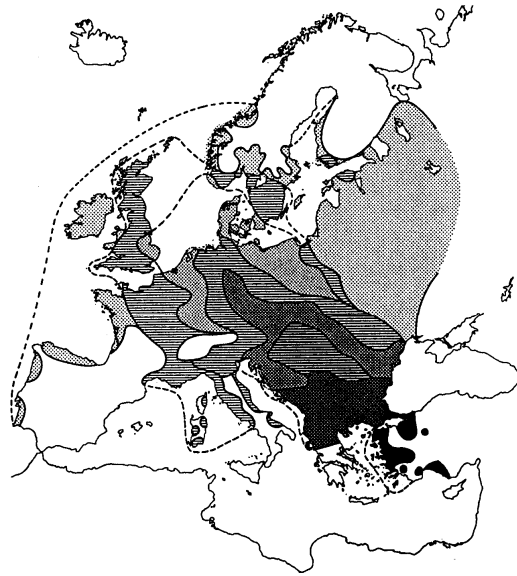
## 個体群動態 + 空間構造

- 生物は多かれ少なかれ移動分散する
- どこに、どれだけ、いるかに注目する必要がある
- 空間構造を考慮した個体群動態モデル

$N_t(x, y)$  もしくは  $N(t, x, y)$  に関する数式

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 生物の分布域拡大例 1



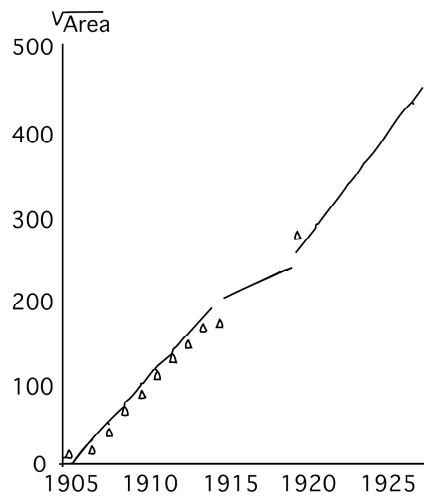
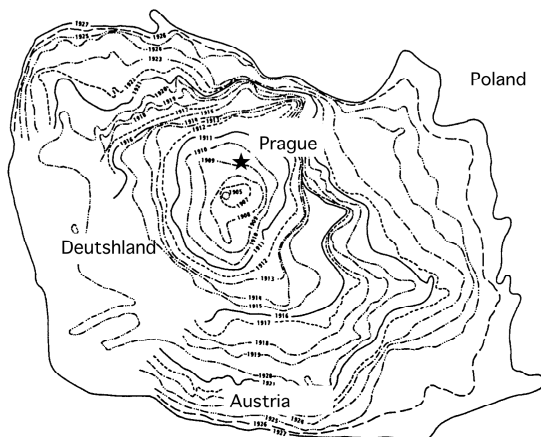
Collared Dove

# 生物の分布域拡大例 2

Muskrat

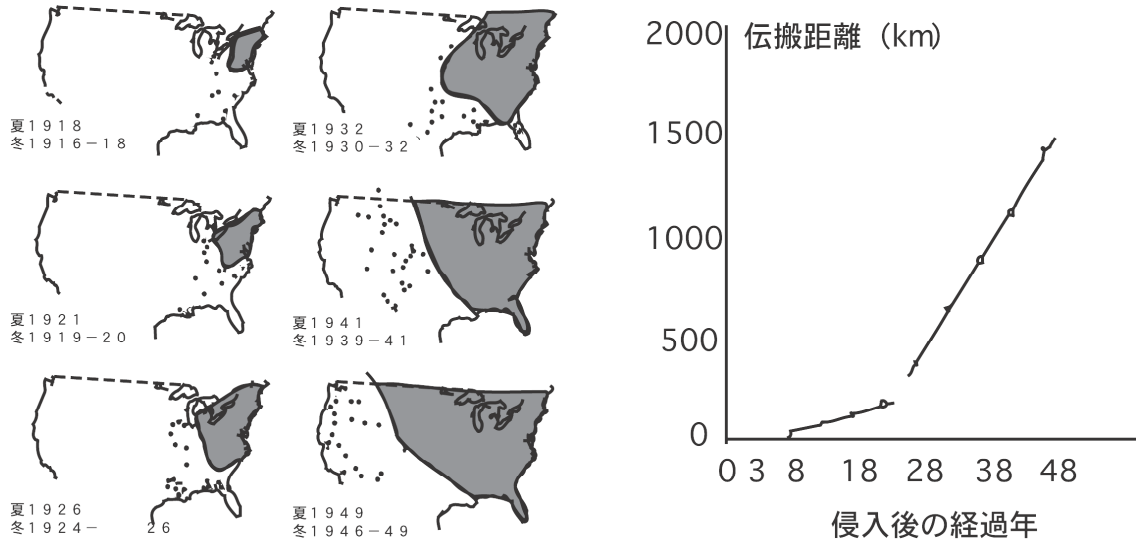


[http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Common\\_Muskrat\\_FWS.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Common_Muskrat_FWS.jpg)



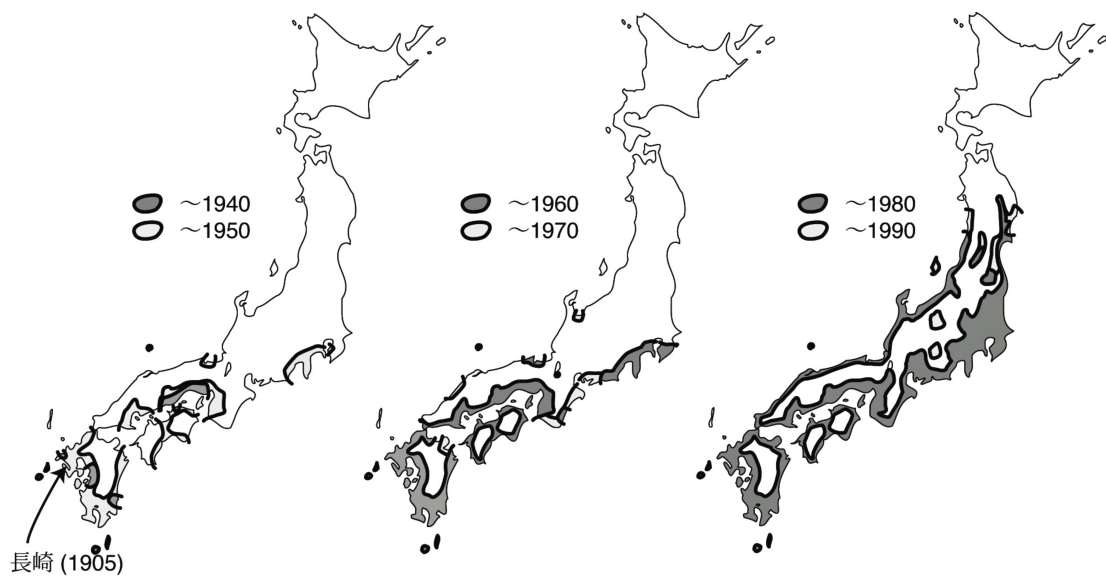
# 生物の分布域拡大例 3

## ホシムクドリ



# 生物の分布域拡大例 4

## マツノザイセンチュウの被害域拡大



# 分布域拡大速度

Species	Speed of range expansion (km/yr)
Weedy plant	9.4-32.9
Gypsy moth	9.6
Muksrat	0.9-25.4
Collared dove	43.7
European starling	200
Crab	55
Barnacle	30
Snail	34
Mussel	115

生物種の繁殖（個体数増加） + 移動分散 = 分布域の拡大

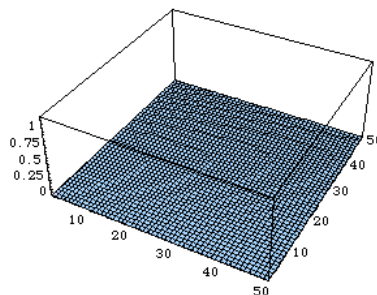
2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

## 空間構造を含んだ様々なモデル2

個体のランダム移動 + ロジスティック増殖

偏微分方程式（反応拡散方程式）による記述

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) + r(1 - N/K)N$$

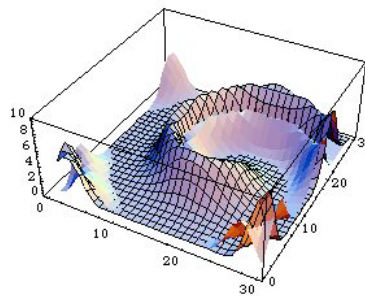
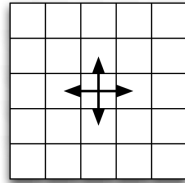


2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 空間構造を含んだ様々なモデル2

Nicholson-Bailey モデル + 格子状空間

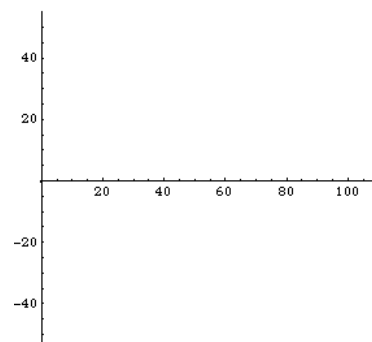
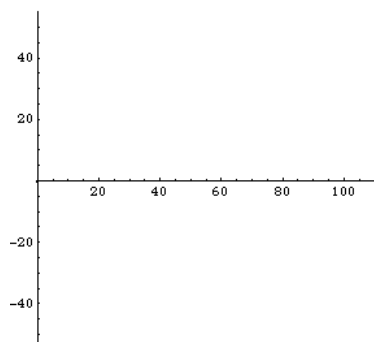
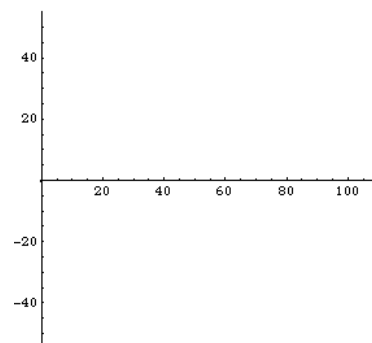
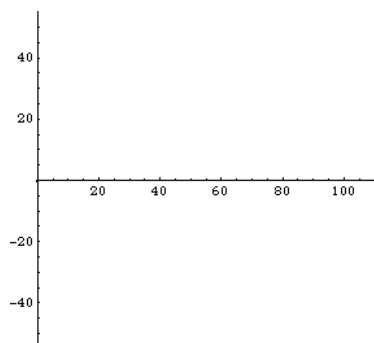
隣接する格子への個体移動を導入することで、系は維持される



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 空間構造を含んだ様々なモデル3

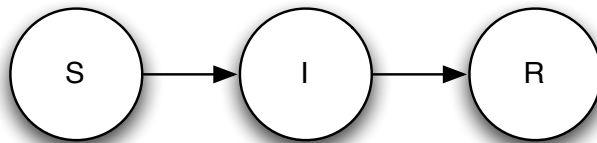
鳥の渡りの個体ベースモデル



2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 感染症のモデル

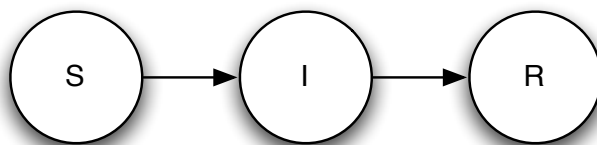
- 感染症の広がりを理解するための数理モデル
- 感受性集団 Susceptible、感染集団 Infectious、隔離集団 Removed の3つの集団のダイナミクス



I と接触した S は I になる  
I は一定の率で R になる

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# SIR モデル



$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$\beta$ : 感染率

$\gamma$ : 隔離率

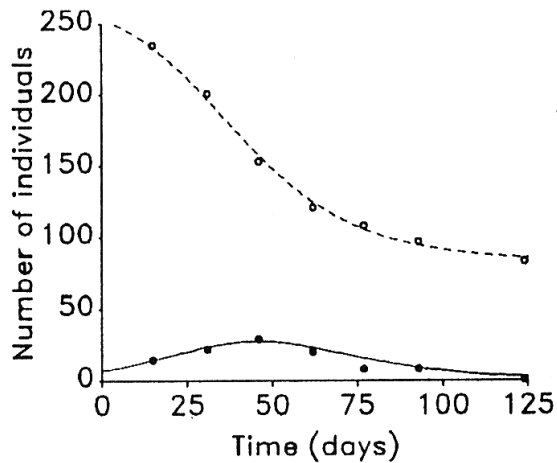
$S + I + R = \text{const.}$

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当



# SIR モデルの解

## 黒死病（ペスト）感染者数のダイナミクス



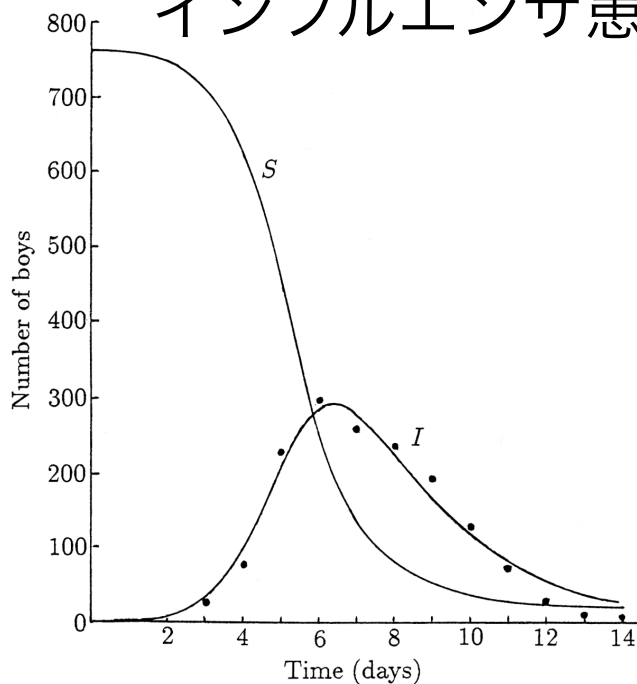
17世紀のイギリスのある村の記録

380人の村人の内、生き残った者は83人

白丸：未感染者数実測  
 黒丸：感染者数実測  
 点線：SIRモデルの S  
 実線：SIRモデルの I

Raggett 1982, Brown and Rothery 1993

## インフルエンザ患者の増減



Murray 1993 より

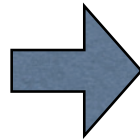
**Fig. 19.3.** Influenza epidemic data (●) for a boys boarding school as reported in British Medical Journal, 4th March 1978. The continuous curves for the infectives (*I*) and susceptibles (*S*) were obtained from a best fit numerical solution of the *SIR* system (19.1)–(19.3): parameter values  $N = 763$ ,  $S_0 = 762$ ,  $I_0 = 1$ ,  $\rho = 202$ ,  $r = 2.18 \times 10^{-3}/\text{day}$ . The conditions for an epidemic to occur, namely  $S_0 > \rho$  is clearly satisfied and the epidemic is severe since  $R/\rho$  is not small.

# SIR モデル

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

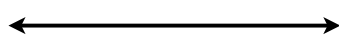


2次元空間上の  
個体ベースモデル

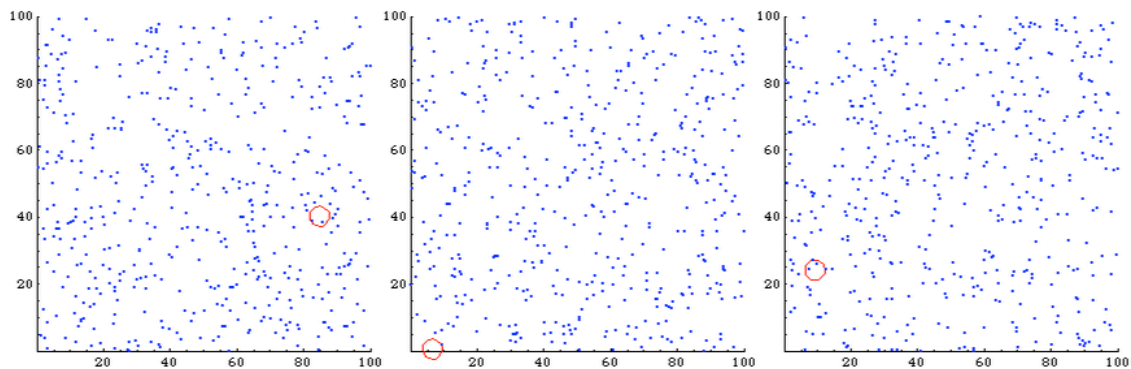
空間構造無し

# シミュレーション

移動速度：小



移動速度：大



# 数理的手法

- 地球規模で物資の人為移動が拡大する中で、外来種の繁殖が社会的な問題となりつつある
- 個体の移動分散をモデル化する事で分布域拡大の予測、対策などへの提言
- 数式のみではなく、アルゴリズム的に動態を記述するモデル
- 効率的なシミュレーションを行う為の計算アルゴリズムの開発

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当

# 理学における研究 = 未知領域の開拓

- なぜそうなのか？を理解することが目的
- 物事の理解が進めば、これを応用して役立たせる可能性が広がる
- 実用的な目的ありき、ではない
- 未知領域を理解するためには、様々な基礎知識が必要。知的好奇心（柔軟な思考）も必要

2015年度 化学生命環境学入門 高須担当