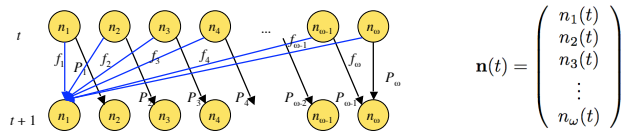


年齢構造モデル

集団を年齢別コホートに分割、各コホートの個体密度 n_x の動態を記述



$$\mathbf{n}(t) = \begin{pmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \\ \vdots \\ n_\omega(t) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{n}(t+1) = \mathbf{A}(t)\mathbf{n}(t)$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_\omega \\ P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{\omega-1} & P_\omega \end{pmatrix}$$

f : 年齢別出生率
 P : 年齢別生存率
 レスリー行列

振る舞い

レスリー行列 \mathbf{A} が定数行列であれば、十分時間が経過後、年齢構造ダイナミクスは

各コホートの個体密度比は一定の分布に収束

各コホートおよび総個体密度は、指数的に増加、もしくは指数的に減少

出生率 f_x 生存率 P_x に密度依存を組み込めば指数変化以外の振る舞いが可能

一般に、レスリー行列 \mathbf{A} の各要素（出生率、生存率）は時代とともに変化

$$\mathbf{n}(t+1) = \mathbf{A}(t)\mathbf{n}(t)$$

$$\mathbf{n}(t) = \mathbf{A}(t-1)\mathbf{A}(t-2)\dots\mathbf{A}(0)\mathbf{n}(0)$$

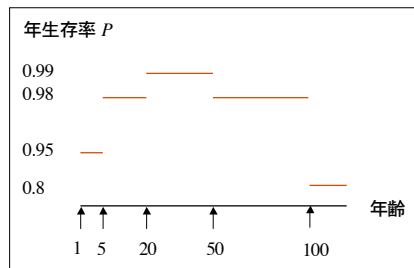
将来の \mathbf{A} をどう予測するか？

シミュレーション

初期状態は国立人口問題研究所配布の 2000 年の人口分布

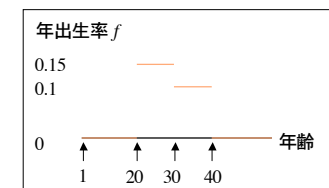
生存率 P は、1~5 才は 0.95、6~20 才は 0.98、21~50 才は 0.99、51~100 才は 0.98、101 才以上は 0.8 である仮想の状況を考える

性比は 1:1 に保たれるとして、女性の人口のみに注目。 $\omega=100+$ のコホート



シナリオ 1

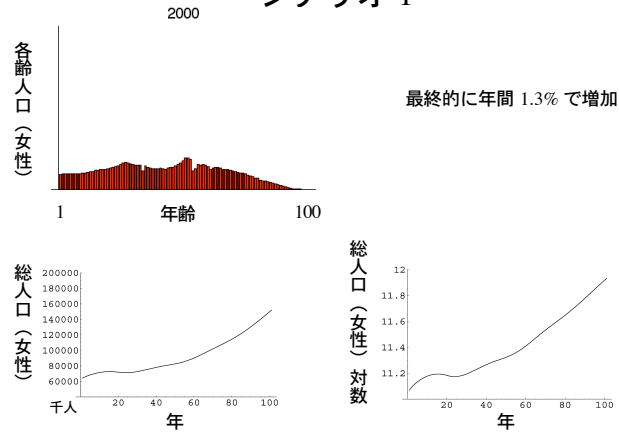
出生率 f が、20 才から 30 才は 0.15、31 才から 40 才は 0.1



女性は生涯に平均して $0.15 \times 10 + 0.1 \times 10 = 2.5$ 人の娘を産む場合に相当
 各年齢クラスの出生率を合計したものを **合計出生率** と呼ぶ

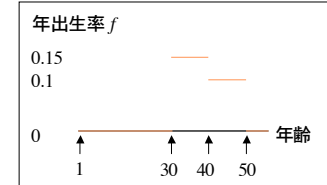
100 × 100 のレスリー行列 \mathbf{A} の最大固有値は 1.013 となる
 最終的に人口は年 1.3% で指数的に増加する

シナリオ 1



シナリオ 2

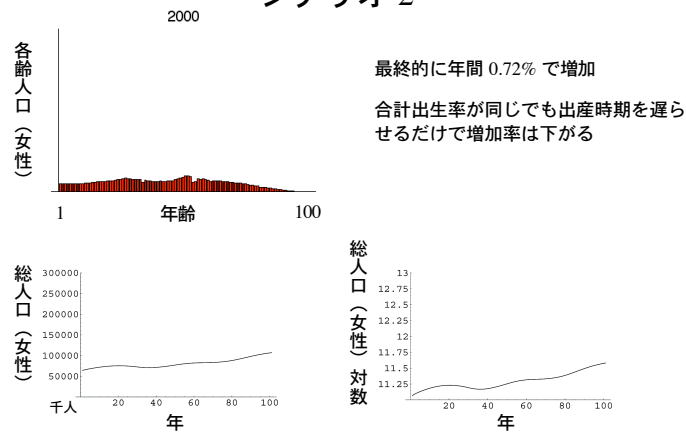
出生率 f が、30 才から 40 才は 0.15、41 才から 50 才は 0.1



女性は生涯に平均して $0.15 \times 10 + 0.1 \times 10 = 2.5$ 人の娘を産む場合に相当
合計出生率はシナリオ 1 と同じ

100×100 のレスリー行列 A の最大固有値は 1.0072 となる
最終的に人口は年 0.72% で指数的に増加する

シナリオ 2



出生率と生存率は時代とともに変化

レスリー行列 A の各要素は決して定数ではない！

生存率 P_i の変化：

- 医療の発達による乳幼児死亡率の低下
- 公衆衛生や栄養状態の改善による死亡率低下
- 食生活の変化による死亡原因の変化

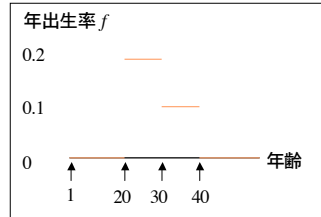
出生率 f_i の変化：

- 生活様式の変化に伴う少子化・晩婚化
- 経済状態の変化
- 政策・文化的背景（家族計画の普及など）

シナリオ 3

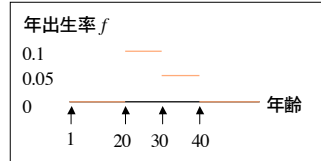
最初の 5 年間だけ
出生率 f は、20 才から 30 才は
0.2、31 才から 40 才は 0.1

合計出生率 3 (女性)
最大固有値は 1.021

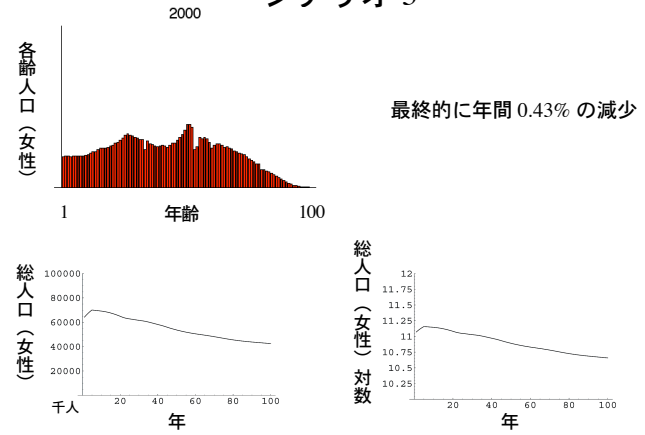


その後は
出生率 f は、20 才から 30 才は
0.1、31 才から 40 才は 0.05

合計出生率 1.5 (女性)
最大固有値は 0.9957



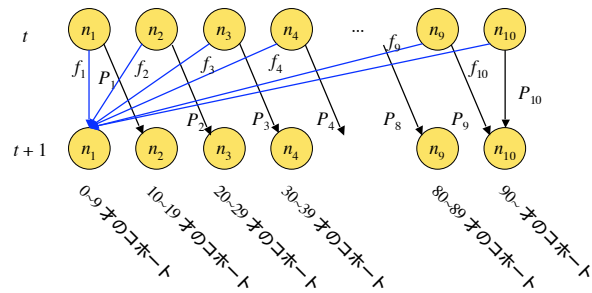
シナリオ 3



人口動態予測への応用

各コホートを T 才毎のグループに分割

$T = 10$ の場合



時刻の単位は T 年

生存率の推定

各コホートの生存率 (死亡率) ← 生命表から推定

表 5-12 生命表：2004年

年齢	死亡率	生存数	死亡数	平均余命	生存率 (10年後)
x	mqx	lx	dx	e_x	l_{x+10}/l_x
0-4	0.00348	100,000	348	85.59	0.996
5-9	0.0041	99,652	41	80.88	
10-14	0.00037	99,615	37	75.92	0.999
15-19	0.00094	99,574	94	70.94	
20-24	0.00134	99,479	133	66.91	0.997
25-29	0.00153	99,346	154	61.09	
30-34	0.00204	99,193	202	56.18	0.995
35-39	0.00304	98,990	301	51.29	
40-44	0.00436	98,689	430	46.44	0.989
45-49	0.00600	98,259	600	41.63	
50-54	0.01071	97,691	1,045	36.90	0.974
55-59	0.01542	96,646	1,498	32.27	
60-64	0.02124	95,058	2,014	27.74	0.947
65-69	0.02822	93,039	2,654	23.28	
70-74	0.03506	89,985	3,165	18.98	0.854
75-79	0.04622	85,811	3,957	14.93	
80-84	0.07933	76,823	6,117	11.23	0.657
85-89	0.12123	53,945	6,531	8.10	
90-94	0.20642	42,794	8,821	5.69	0.156
95-99	0.68349	21,121	14,436	4.02	
100-	1.00000	6,683	6,683	2.96	??

厚生労働省統計情報部「平成16年版厚生生命表」による。

生存率は男女で異なる。時代ごとにも異なる

人口問題研究所
<http://www.ipss.go.jp/> より

出生率の推定

各コホートの出生率（千人あたり）

表4-7 女子の年齢（5歳階級）別出生数、出生率および割合：1925～2004年

年次	母 数	15～19歳	20～24歳	25～29歳	30～34歳	35～39歳	40～44歳	45～49歳
1930*	127.4	31.5	200.2	248.6	217.0	163.1	71.6	30.3
		18.75	234.40	190.05	140.05	110.76	40.95	4.4
1940*	120.4	12.6	145.7	230.1	207.7	140.8	61.9	9.4
		6.30	120.40	192.60	172.70	117.70	51.35	7.8
1950	110.4	13.3	161.5	237.7	175.7	104.9	36.1	2.3
		6.65	146.00	212.00	154.00	94.50	32.70	2.1
1960	63.8	4.3	107.2	181.9	80.1	24.0	5.2	0.4
		2.15	166.65	285.40	125.40	37.60	8.15	0.6
1970	65.6	4.3	96.4	209.3	86.0	28.9	2.7	0.2
		2.25	148.05	312.00	131.00	44.50	4.15	0.3
1980	51.8	3.6	77.1	181.5	73.1	12.9	1.7	0.1
		1.90	148.90	353.00	161.00	58.00	3.30	0.2
1990	39.2	2.4	44.8	118.4	50.2	20.0	2.4	0.1
		1.00	114.40	299.00	125.60	51.00	6.10	0.3
2000	41.4	5.5	39.9	99.6	93.7	32.1	3.9	0.1
		2.75	96.35	226.15	216.00	77.60	9.40	0.2

10～19, 20～29, 30～39, 40～49 才の4つのコホート集団の出生率

2000年時：2.75, 69.75, 62.90, 2.00

シミュレーション 1

2004年時の生存率、2000年時の出生率を用いて、人口動態をシミュレートする
10才毎のコホート分割

2000年時の年齢別女性人口は以下のとおり

コホート	女 (千人)
0~9	5,820
10~19	6,848
20~29	8,939
30~39	8,358
40~49	8,324
50~59	9,676
60~69	7,735
70~79	5,755
80~89	2,755
90~99	514
100~	10

コホート別出生率は女性のみを考える
(性比 1:1 を仮定)

レスリー行列

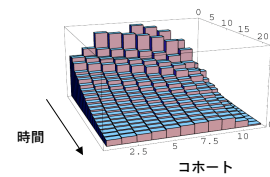
$$\begin{pmatrix}
 0 & 0.01375 & 0.34875 & 0.3145 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.996 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.997 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.995 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.989 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.974 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.947 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.854 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.557 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.156 & 0
 \end{pmatrix}$$

最大固有値 $\lambda = 0.896$

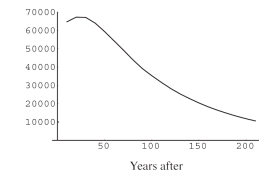
最終的に人口は年 10.4%で減少

しかし 2000年時の人口分布に依存して
人口は直ちに減り始めるわけではない

各コホート動態



総人口 (千人)



人口慣性

出生率が低下しても、産み盛りコホートの数が多ければ人口は直ちには減少しない。出産年齢に到達するまでには年数（20年～）がかかるからである

日本は1970年代に合計特殊出生率が置換水準 2.1 を割り込む少子化状態に突入

にも関わらず、2005年まで人口は増加し続けた

出生率の変化は人口動態に直ちには影響しない

人口慣性

逆に、出生率が上がっても人口が直ちに増加し始めるわけではない

将来を見越した少子化対策が必要

問題

2004年時の生存率データ、2000年時の出生率・人口分布データを用いて

10才毎のコホート集団について200年間（20時間ステップ）にわたる人口動態のシミュレーションを行え

0~9才コホートが非常に多い初期人口分布でシミュレーションを行い、人口慣性が現れることを確認せよ