奈良女子大学　理学部　情報科学科

平成９年度大域情報学レポート

１９９７年9月１９日配布

大域情報学の単位を取得したい者は、以下の問題を解いてレポートにまとめ、9月２６日までに高須（Ｇ３１１のレポート受け）まで提出すること。なお、期限を過ぎたレポートは受け取らない。

1

連続時間モデルに於いて、指数的に増加している２つの集団（A と B）を考える。相対増加率はそれぞれ、r_A, r_B $(r_A > r_B > 0)$ であり、初期時刻 $t = 0$ における集団サイズはそれぞれ、N_{A0}, N_{B0} $(0 < N_{A0} < N_{B0})$ であるとする。この時、次の問に答えよ。

1. それぞれの集団サイズ、$N_A(t), N_B(t)$、を時間の関数として書き表せ。
2. ２つの集団サイズの合計を $N_{total}(t)$ として表すことにすると、合計サイズに対する集団 A のサイズの比率（$N_A(t)/N_{total}(t)$) は時間が経つにつれて、どうなるか。
3. 近年、地球人口の増加が大きな問題となっているが、集団 A を、現在人口は少ないものの成長率が高い集団、集団 B を人口は多いが成長率が低い集団、と考えると、未来の人口に関して何が予測できるか？自分なりの意見を述べよ。

2

離散時間モデルて、集団サイズが次の式に従って変化している場合について下記の問いに答えよ。

$$N_{t+1} = RN_t$$

ここで、$R > 1$ である。

1. 上式を解いて集団サイズ N_tを時刻 t の関数として書き表し、$t \to \infty$ で $N_t \to \infty$ となる事を示せ。
2. 集団サイズが無限大に発散しないように、上式を次のように修正した。

   $$N_{t+1} = \frac{R}{(1 + aN_t)^2} N_t$$

   ここで、$R > 1, a > 0$ である。

   この場合、一個体が産む子供の数 $R/(1 + aN_t)^2$ は、集団サイズ N_tが大きくなるにつれてどうなるか？この修正の妥当性について意見を述べよ。
3. 修正したモデルの大まかな振る舞いを Cobweb の方法で調べよ。また、各平衡点について局所安定性解析を行い、安定か不安定かどうかを判定せよ。

3

ある実験によると、ナントカという魚は体長 L が時間 t と共に次の式に従って成長するという。

$$\frac{dL}{dt} = k(L_{max} - L)$$

ここで、L_{max}とは、この魚の最大体長である。次の問に答えよ。

1. 初期時刻 $t = 0$ でこの魚の体長は極めて小さく、$L(0) = 0$ と見なせるとき、上式を解いて体長 $L(t)$ を時刻 t の関数として求めよ。
2. $L_{max} = 100$ cm、$k = 0.1$ per day とすると、この魚が最大体長の１／２まで成長するのに要する時間を求めよ。

4

捕食者と被捕食者のモデルを考える。捕食者と被捕食者の集団サイズをそれぞれ、P、Hとする。被捕食者は、捕食者がいないときはロジスティック的に増え、捕食者は、被捕食者がいなければ指数的に減少するものとする。そして、捕食は両者の積に比例して起こるものとする。この時、両者の時間変化は次の式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= r(1 - \frac{H}{K})H - aHP \\ \frac{dP}{dt} &= -r_P P + bHP \end{aligned}$$

次の問に答えよ。

1. 捕食が、捕食者サイズの二乗と被捕食者サイズの積（P^2H）に比例して起こるとすると、上式をどのように修正したら良いか？
2. 修正したモデルを、アイソクラインの方法を用い、横軸に H、縦軸に Pを取った相平面上での解の振る舞いを調べよ。これを基にして、パラメーター r, K, a, r_Pの値を一定に保ったまま、b の値を大きくしていくとどのようなことが起こるか議論せよ。

5

最後に、講義の感想を述べよ。（採点の対象とはしない）