奈良女子大学　理学部　情報科学科

平成15年度　大域情報学　試験問題

2003年7月30日実施

次の問いに答えよ。なお、解答は別紙の解答用紙に記入すること。

問1

時刻 t における個体密度を $n(t)$ で表す連続時間モデルを考える。$n(t)$ の変化として次式が与えられている。

$$\frac{dn}{dt} = rn$$

ただし、$r > 0$ とする。これについて問いに答えよ。

1. 時刻 $t = 0$ の個体密度を $n(0)$ としたとき、上式を解き、個体密度の対数 $\log n(t)$ は時間 t に比例して増加することを示せ。

2. このモデルでは $r > 0$ の時、個体密度は時間の経過とともに無限大に発散する。しかし、現実の系では、えさの不足や環境の悪化などにより増加率は個体密度の増加とともに減少すると思われる。そこで上式を修正し、1個体当たりの増加率が個体密度の増加とともに減少する次のモデルを考えた。

$$\frac{dn}{dt} = r\left(1 - \frac{n}{K}\right)n$$

   ここで $r > 0, K > 0$ である。この式には2つのパラメータ r, K が含まれているが、$n(t)/K$ を新たな変数 $N(t)$ と置くことによって、パラメータ K はモデルの定性的な振る舞いには影響を及ぼさないことを示せ。

3. 上式を初期条件 $n(0) > 0$ の下で解け。また、$n(t)$ のグラフの概型を描け。

問2

2つのステージ（若齢・成熟）からなる生物集団を考える。若齢ステージの個体密度を n_1、成熟ステージの個体密度を n_2 と書くことにする。若齢ステージの1個体が産む子供のうち翌年まで生き延びる数を f_1、成熟ステージの1個体が産む子供のうち翌年まで生き延びる数を f_2 とする。新規に産まれた個体は全て若齢ステージに入るものとする。また、若齢ステージの個体は確率 P_1 で成熟ステージに移行し、成熟ステージの個体は確率 P_2 で成熟ステージに留まるとする。次の問いに答えよ。

1. t 年における個体密度 $n_1(t), n_2(t)$ を用いて翌年 $t+1$ の個体密度 $n_1(t+1), n_2(t+1)$ を記述し、ベクトルと行列表示で表記せよ。

2. $f_1 = 1, f_2 = 2, P_1 = \frac{1}{2}, P_2 = 0$ の時、十分時間が立った後の集団（若齢および成熟ステージの個体密度）の増加率 λ を求めよ。

3. この生物集団は農作物を荒らす害虫だった。そこで、成熟ステージの個体の繁殖を抑制する農薬を開発したい。$f_1 = 1, P_1 = \frac{1}{2}, P_2 = 0$ の時、害虫を根絶するために必要な成熟ステージの繁殖価 f_2 の条件を求めよ。（十分時間が立った後の集団の増加率 λ が $\lambda < 1$ であれば集団は絶滅に向かう）