奈良女子大学　理学部　情報科学科

# 平成20年度　大域情報学　試験問題

2008年7月23日実施

次の問いに答えよ。解答は3つの問い毎に別紙の解答用紙に記入すること。

## 問1

下記の離散時間個体群動態について問いに答えよ。

$$n_{t+1} = \frac{\lambda n_t}{1 + n_t} = f(n_t)$$

ただし $\lambda > 0$ とする。

1. 上モデルを Cobwebbing の方法（横軸を $n_t$、縦軸を $n_{t+1} = f(n_t)$ とした平面上での絵解き解法）で視覚的に解け。グラフを描く際には、原点 $n_t = 0$ での関数 $f(n_t)$ の傾き並びに $\lim_{n_t \to \infty} f(n_t)$ の値に留意すること。
2. 上式の平衡点 $n^*$ を 全て 求め、それぞれについて局所安定性解析を行って局所安定性を判定せよ。

裏に続く。

## 問2

連続時間における捕食者と被捕食者の個体群動態モデルを考える。捕食者の集団サイズを $P$、被食者の集団サイズを $H$ としたとき、両者は以下の微分方程式に従うというモデルである。

$$
\begin{aligned}
\frac{dH}{dt} &= r_H\left(1-\frac{H}{K}\right)H - aHP \\
\frac{dP}{dt} &= -r_P P + bHP
\end{aligned}
$$

パラメータ $r_H, r_P, K, a, b$ はすべて正である。

1. 上式の右辺各項について生物学的な意味づけを行え。
2. 捕食者が存在しない状況で（$P=0$)、被捕食者の集団サイズ $H$ を時刻 $t$ の関数として求めよ。
3. 横軸を $H$、縦軸を $P$ とした相平面上に $P$ と $H$ のアイソクラインを描き、解軌道の様子を描け。
4. 上モデルの平衡点を <u>全て</u> 求め、それぞれについて局所安定性解析を行え。局所安定性がパラメータ $K$ の値にどのように依存しているかを調べよ。なお、局所安定性解析に際しては $r_H = r_P = 1, a = b = 1$ とおいてよい。
5. 以上の解析結果を基に、パラメータ $K$ の生物学的な意味とモデルの振る舞いを関連づけて議論せよ。

## 問3

感受性人口 $S$ と感染人口 $I$ の 2 つの集団に関する感染症のダイナミクスに注目する。両集団が以下のルールに従って変化する場合について問いに答えよ。

$$
S \to I \to S
$$

1. 上のルールにおいて、1）感受性人口が感染する率 $(S \to I)$ が両者の集団密度の積に比例、2）感染人口が再び感受性人口に戻る率 $(I \to S)$ が感染人口密度に比例、する場合の $S$ と $I$ に関する連立微分方程式を書き下せ。
2. 導いた連立微分方程式において両集団の和は時間とともに変化しない定数（初期条件 $S(0), I(0)$ で決まる）であることを示せ。そして、連立微分方程式を $S$ のみの微分方程式として表現せよ。
3. $S$ の微分方程式の振る舞いを調べよ。

試験問題は以上である。